

XVIII OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA

NOVENO GRADO

SÁBADO 10 DE MARZO DE 2018

— PARTE I: Las siguientes diez preguntas únicamente requieren la respuesta. —

Pregunta 1

El juego de *Materpolo* consta de 5 jugadores. En un juego la edad promedio de los cinco jugadores es 20 años. Durante un juego, un jugador es expulsado y ahora el promedio de los jugadores restantes es 18 años. ¿Cuántos años tiene el jugador expulsado?

- a 18 b 20 c 22 d 25 e 28

Pregunta 2

¿Cuál de las siguientes expresiones es impar para cualquier entero n ?

- a $2017n$ b $n^2 + 2017$ c n^3 d $n + 2017$ e $2n^2 + 2017$

Pregunta 3

Los números a, b, c, d y e son positivos que cumplen $a \times b = 2, b \times c = 3, c \times d = 4$ y $d \times e = 5$. Calcular el valor de $\frac{e}{a}$.

- a $\frac{15}{8}$ b $\frac{5}{6}$ c $\frac{3}{2}$ d $\frac{4}{5}$ e 1

Pregunta 4

La suma de las longitudes de las 12 aristas de una caja es 140 cm y la máxima distancia entre dos vértices es 21 cm. ¿Cuántos centímetros cuadrados mide la superficie de la caja?

- a 784 b 798 c 800 d 812 e 842

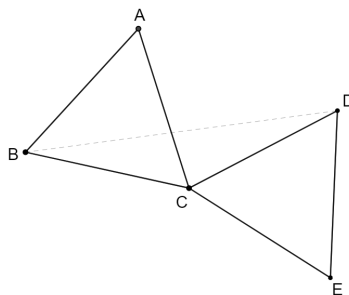
Pregunta 5

La suma de los dígitos de un número de nueve dígitos es 8. Calcular el producto de estos.

- a 0 b 1 c 8 d 9 e 10

Pregunta 6

En la figura el $\triangle ABC$ y $\triangle CDE$ son equiláteros con $AC = CD$. Si el ángulo $\angle ACD$ mide 80° . Calcular la medida del ángulo $\angle ABD$.



- a 30° b 35°
 c 40° d 45°
 e 50°

Pregunta 7

Walter inventó su propia manera de escribir números negativos antes de aprender la forma usual usando el signo negativo. Contando hacia atrás a partir del -1, el escribiría

3, 2, 1, 0, 00, 000, 0000, ...

agregando un cero más a cada término de la sucesión. ¿Cuál es el resultado de $000+000$ en su notación?

- a 000 b 00000 c 0000000 d 000000000 e 00000000000

Pregunta 8

Sean x, y dos números reales diferentes tales que

$$\frac{x+1}{y+1} = \frac{y}{x}$$

- | | | | |
|----------------------------|---|----------------------------|----|
| <input type="checkbox"/> a | 1 | <input type="checkbox"/> b | -1 |
| <input type="checkbox"/> c | 2 | <input type="checkbox"/> d | -2 |
| <input type="checkbox"/> e | 0 | | |

Encontrar el valor de $x + y$.

Pregunta 9

¿De cuántas maneras es posible poner en una lista los números 1, 2, 3, 4, 5, 6 de tal forma que el producto de dos números consecutivos sea par?

- | | | | |
|----------------------------|-----|----------------------------|-----|
| <input type="checkbox"/> a | 24 | <input type="checkbox"/> b | 48 |
| <input type="checkbox"/> c | 72 | <input type="checkbox"/> d | 120 |
| <input type="checkbox"/> e | 720 | | |

Pregunta 10

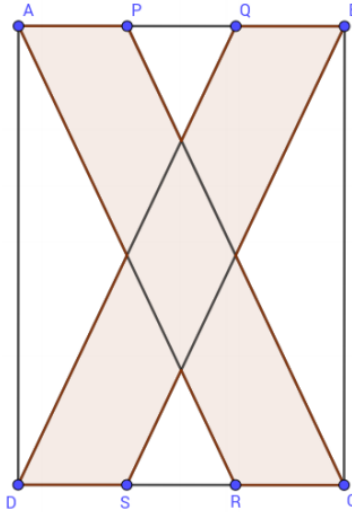
Tres números primos a, b, c cumplen que $a + b + c = 78$ y $a - b - c = 40$. Calcular el valor de abc .

- | | | | | | | | | | |
|----------------------------|-----|----------------------------|-----|----------------------------|------|----------------------------|------|----------------------------|------|
| <input type="checkbox"/> a | 438 | <input type="checkbox"/> b | 590 | <input type="checkbox"/> c | 1062 | <input type="checkbox"/> d | 1239 | <input type="checkbox"/> e | 2006 |
|----------------------------|-----|----------------------------|-----|----------------------------|------|----------------------------|------|----------------------------|------|

— **PARTE II:** *Los siguientes dos problemas requieren soluciones con justificaciones completas.* —

Problema 1

En la siguiente figura, los lados AB y CD del rectángulo $ABCD$ han sido divididos en tres partes iguales. Sabiendo que $AB = 6$ y $BC = 16$, determinar el valor del área sombreada.



Problema 2

Joel escribió todos los números de tres cifras que tienen una cifra igual a 8 y las otras cifras impares y distintas. Determinar la cantidad de números que escribió Luis.